

| | | |
|---|---|---|
|  | UNI EN ISO 9001:2008 | ISTITUTO TECNICO - LICEO SCIENTIFICO - LICEO SCIENTIFICO Scienze Applicate – LICEO SCIENTIFICO SPORTIVO |
| | I.I.S. “PRIMO LEVI” Torino | Contenuti di Matematica per esami d' idoneità o integrativi della classe 1 ITI |

MATEMATICA (Primo anno)

CONTENUTI

Modulo 1: I NUMERI NATURALI E I NUMERI INTERI

- I numeri naturali e i numeri interi: operazioni
- Multipli e divisori, scomposizione in fattori primi, M.C.D. e m.c.m. tra due o più numeri
- Le potenze e proprietà relative
- Espressioni

Modulo 2: I NUMERI RAZIONALI

- I numeri razionali: le frazioni, frazioni equivalenti e proprietà invariantiva (semplificazione di frazioni e riduzione a denominatore comune)
- Le operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione)
- Potenze a esponente intero negativo
- Le percentuali e semplici problemi
- Le frazioni e i numeri decimali finiti
- Espressioni

Modulo 3: IL CALCOLO LETTERALE

- Monomi: definizione, grado
- Operazioni: somma algebrica tra monomi simili, moltiplicazione e divisione, potenza di un monomio, M.C.D. e m.c.m. tra due o più monomi
- Polinomi e operazioni: somma algebrica, prodotto di un monomio per un polinomio, prodotto di due o più polinomi, divisione di un polinomio per un monomio e regola di Ruffini
- Prodotti notevoli: quadrato di un binomio, cubo di un binomio, somma per differenza
- Scomposizione di un polinomio in fattori: raccoglimento a fattor comune e raccoglimento parziale, scomposizione con le formule sui prodotti notevoli (differenza di quadrati, quadrato di un binomio), trinomi particolari di secondo grado
- M.C.D. e m.c.m. tra due o più polinomi
- Le frazioni algebriche: definizione, semplificazione, operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed elevamento a potenza) e semplici espressioni

Modulo 4: EQUAZIONI LINEARI

- Identità ed equazioni: definizioni, classificazioni e forma normale
- Principi di equivalenza e regole derivanti (trasporto, cancellazione, divisione per un fattore comune e cambiamento di segno)
- Equazioni intere determinate, indeterminate ed impossibili
- Semplici equazioni fratte e problemi

| | | |
|---|---|---|
|  | UNI EN ISO 9001:2008 | ISTITUTO TECNICO - LICEO SCIENTIFICO - LICEO SCIENTIFICO Scienze Applicate – LICEO SCIENTIFICO SPORTIVO |
| | I.I.S. “PRIMO LEVI” Torino | Contenuti di Matematica per esami d' idoneità o integrativi della classe 1 ITI |

Modulo 5: DISEQUAZIONI LINEARI

- Disequazioni di 1° grado definizioni e proprietà
- Le disequazioni numeriche e rappresentazione grafica.

Modulo 6: GEOMETRIA EUCLIDEA

- Concetti fondamentali di geometria euclidea: enti primitivi, postulati o assiomi, teoremi, semirette, segmenti (consecutivi e adiacenti), poligonale (chiusa, aperta e intrecciata), angoli (consecutivi, adiacenti, retto, acuto, ottuso, complementari, supplementari ed esplementari), angoli opposti al vertice e bisettrice di un angolo.
- Triangolo (definizione, bisettrice, mediana, altezza), classificazione rispetto ai lati e agli angoli, somma degli angoli interni di un triangolo
- Rette \perp e rette \parallel ;
- I parallelogrammi e i trapezi: proprietà e aree
- Teorema di Pitagora

Modulo 7: STATISTICA

- La statistica e l'indagine statistica
- La frequenza e la rappresentazione dei dati
- I valori di sintesi (media aritmetica, ponderata, moda, mediana) e indici di variabilità

LIBRO DI TESTO E RISORSE ON-LINE:

Per affrontare lo studio di questi argomenti oltre al **libro di testo** utilizzato (M.Bergamini, A. Trifone, G.Barozzi : Matematica.verde vol.2 Zanichelli Editore) si possono utilizzare le seguenti risorse on- line:

- Ripasso di matematica → www.ripmat.it
- Progetto Matematika → www.matematika.it
- Chi ha paura della matematica (manuale) → www.chihapauradellamatematica.org
- my.zanichelli.it (occorre registrarsi)

ALCUNI APPUNTI

Le disequazioni



velocità consentita ($<$) minore di 80 km/h

troviamo il concetto di disequazione nella vita quotidiana

Definizione 1.1

$a = b$ è un'uguaglianza

$a > b$ e $a < b$ sono disequazioni

Una disequazione può essere:

- **Vera**
- **Falsa**
- **Possibile**

Esempi:

| | |
|---------|---------------------------------|
| $5 < 3$ | disequazione vera |
| $8 > 5$ | disequazione falsa |
| $x > 7$ | disequazione possibile * |

* Infatti se x viene sostituito con un qualsiasi numero maggiore di 7 essa è **vera**, mentre se x viene sostituito con un qualsiasi numero minore di 7 è **falsa**.

Le disuguaglianze possibili si chiamano
disequazioni

Sono disequazioni, per esempio:

$$3x < 12$$

$$2x - 5 > x + 3$$

Se in una disequazione sostituisco un numero al posto dell'incognita (x), questa diventa una disuguaglianza che può essere vera o falsa.

Esempio guidato 1.1:

$$3x > 12$$

è una disequazione

se sostituisco 5 al posto di x ossia : $x = 5$
ottengo

$$3 \cdot (5) > 12$$

cioè

$$15 > 12$$

Quindi 5 trasforma la disequazione in una disuguaglianza vera

e diremo che 5 è una **soluzione della disequazione**

Definizione 2.1

Risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza **vera**

Risoluzione di una disequazione di primo grado

Definizione 3.1

Qualsiasi disequazione di 1° grado può essere ricondotta ad una delle seguenti forme:

| |
|-----------------|
| $ax + b > 0$ |
| $ax + b < 0$ |
| $ax + b = 0$ |
| $ax + b \neq 0$ |

Esempio

Consideriamo la disequazione

$$3x - 1 > 2x + 5$$

si può trasformare come segue:

1. **Trasporto tutti i termini al primo membro cambiandone il segno**

$$3x - 1 - 2x - 5 > 0$$

2. **Riduco i termini simili**

$$x - 6 > 0$$

Chiamiamo y il primo membro, ossia:

$$y = x - 6$$

che riconosciamo come l'equazione di una retta.

Rappresentiamo la retta sul piano cartesiano:

Troviamo il punto di intersezione della retta con l'asse x

assegniamo a y il valore 0 :

$$y = 0 \quad \text{quindi} \quad x - 6 = 0 \quad \text{da cui} \quad x = 6$$

(6,0)

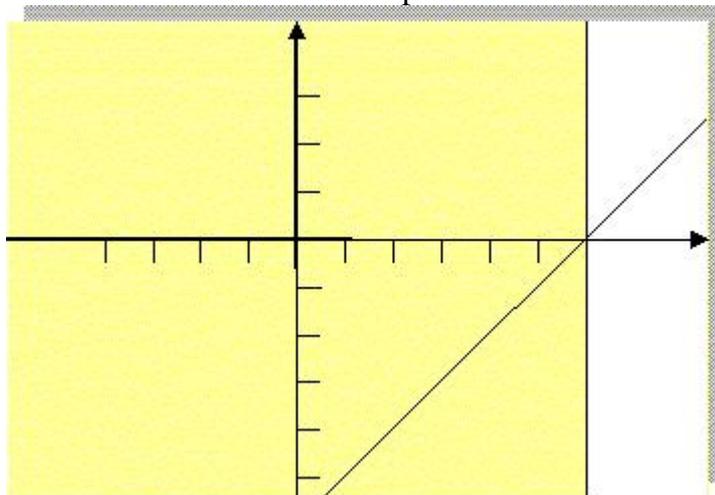
è il punto cercato.

Troviamo un altro punto della retta e rappresentiamola nel piano cartesiano:

$$x = 1 \quad \text{quindi} \quad y = 1 - 6 = -5$$

(1,-5)

è il secondo punto.



Dal grafico osserviamo che

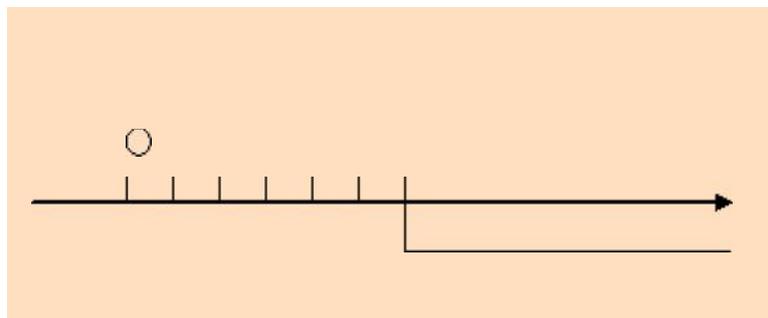
la retta è “sopra l'asse x”

nella fascia a destra di 6

cioè per $x > 6$.

Quindi le soluzioni della disequazione $x - 6 > 0$

sono tutti i valori di $x > 6$



Esercizio guidato:

| | |
|---------------------------------------|--------------------------|
| Risolvere la disequazione: | $3(x - 2) + 1 > 2x + 3$ |
| Semplifico l'espressione | $3x - 6 + 1 > x + 3$ |
| Porto tutti i termini al primo membro | $3x - 6 + 1 - x - 3 > 0$ |
| Riduco i termini simili | $2x - 8 > 0$ |
| Chiamo y il valore di $2x - 8$ | $y = 2x - 8$ |
| Trovo due punti della retta | $(2, -4) \quad (4, 0)$ |

Proprietà delle Potenze

definizione

si definisce *potenza n-sima* di base a e di esponente n , il prodotto della base moltiplicata n volte per se stessa cioè: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ volte}}$ con base a numero reale e con esponente n numero naturale

generalizzazione

la definizione di *potenza n-sima* a^n si può generalizzare a quella di *potenza* a^α nel caso in cui l'esponente α sia un numero razionale oppure un numero reale, in entrambi i casi:

- se l'esponente $\alpha > 0$ allora la base a deve essere un numero reale ≥ 0
- se l'esponente $\alpha < 0$ allora la base a deve essere un numero reale > 0

proprietà

$a^0 = 1$

$a \neq 0$

$0^n = 0$

$n \neq 0$

$0^0 = \text{indeterminata}$

potenze con la stessa base

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

prodotto di potenze con la stessa base

$2^7 \cdot 2^3 = 2^{10}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

rapporto di potenze con la stessa base

$2^7 : 2^3 = 2^4$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

potenza di potenza

$(2^7)^3 = 2^{21}$

potenze con lo stesso esponente

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

prodotto di potenze con lo stesso esponente

$10^3 \cdot 2^3 = 20^3$

$a^n : b^n = (a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

rapporto di potenze con lo stesso esponente

$10^3 : 7^3 = \left(\frac{10}{7}\right)^3$

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$

potenza ad esponente negativo

$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

frazione ad esponente negativo

$\left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{5}\right)^3$

$\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$

potenza ad esponente frazionario

$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m}$

frazione ad esponente frazionario

$\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{5}\right)^2}$

$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

potenza ad esponente frazionario negativo

$5^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$

altri esempi

$(-5)^2 = 25$

$-5^2 = -25$

$(-5)^3 = -125$

$-5^3 = -125$



fai attenzione alle parentesi e fai anche attenzione all'esponente che può essere pari o dispari

QUADRATO di BINOMIO $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

1) $(5a+4b)^2 = (5a)^2 + (4b)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 4b = 25a^2 + 16b^2 + 40ab$

2) $(3x - \frac{1}{2}y)^2 =$

3) $(x^2y^3 + 4ax)^2 =$

4) $(\frac{2}{3}y^3 + 10y)^2 =$

5) $(4x^2y - 2xy^5)^2 =$

SOMMA PER DIFFERENZA $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1) $(2x-3y)(2x+3y) = 4x^2 - 9y^2$

2) $(3a+b)(3a-b) =$

3) $(\frac{2}{3}a^5+3)(\frac{2}{3}a^5-3) =$

4) $(\frac{1}{2}x^2-1)(\frac{1}{2}x^2+1) =$

5) $(-\frac{4}{7}xy^2+\frac{1}{2})(\frac{4}{7}xy^2+\frac{1}{2}) =$

CUBO di BINOMIO $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

1) $(2a+3b)^3 = (2a)^3 + (3b)^3 + 3(2a)^2(3b) + 3 \cdot 2a \cdot (3b)^2 = 8a^3 + 27b^3 + 36a^2b + 54ab^2$

2) $(x-2y)^3 =$

3) $(3x^2y+2x^3)^3 =$

4) $(a^4 - \frac{1}{3})^3 =$

5) $(x^3 + 5xy^2)^3 =$

SCOMPONI IN FATTORI

A) RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE (TOTALE)

$$\text{Es. } 3x^3 + 24x^2y + 36xy^2 = \underbrace{3x^2}_{\text{M.C.D.}} (1 + 8x^2y + 36xy^2)$$

$$1) 5x^2 - 3ax^2 + 5x^3b =$$

$$2) 7a^2b^5 + 28a^6b^3 - 7a^6b^5 =$$

$$3) 4x - 2x^2 - 2 =$$

$$4) 18a^3y - 4a^4y^3 + 10a^5y^2 =$$

$$5) 3(a+b) + 2a(a+b) - 5b(a+b) = (a+b)(3+2a-5b)$$

$$6) 7x(x-1) - 8(x-1) + x^2(x-1)$$

B) RACCOGLIMENTO PARZIALE

$$\text{Es. } xcy + 4x + 3y + 12 = x(y+4) + 3(y+4) = (y+4)(x+3)$$

$$1) 5ax + 2ay + 5bx + 2by =$$

$$2) x^2 + 2xy - xy - 2x =$$

$$3) 5ay - y + 5a - 1$$

C) PRODOTTI NOTEVOLI

- DIFFERENZA di DUE QUADRATI

$$\text{Es. } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$1) x^2 - 49y^2 =$$

$$3) 25x^4 - \frac{1}{9}y^4 =$$

$$2) a^4 - 16b^2 =$$

- QUADRATO di UN BINOMIO

$$\text{Es. } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$1) 9x^2 + 6x + 1 =$$

$$3) 49a^2 + 14ab + b^2 =$$

$$2) 4 + 8b^2 - 12b =$$

ESERCIZI SULLA SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO*di Andrea Simoncelli**Raccoglimento a fattor comune*

1) $6x^3y - 10x^4y^2 + 2x^2y = 2x^2y(3x - 5x^2y + 1)$

2) $6ab^2c^3 - 8a^2b^3c + 16a^3bc^2 = 2abc(3bc^2 - 4ab^2 + 8a^2c)$

3) $a^4b^2 + 11a^3b^3 - 7a^2b^2 = a^2b^2(a^2 + 11ab - 7)$

4) $6ab - 9ac + 3ad = 3a(2b - 3c + d)$

Raccoglimento per parti

5) $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b) = (x + y)(a + b)$

6) $2ab - 2ac + 3bx - 3cx = 2a(b - c) + 3x(b - c) = (2a + 3x)(b - c)$

7) $3a^2 - a - 3ab + b = a(3a - 1) - b(3a - 1) = (a - b)(3a - 1)$

8) $ax - bx + cx + ay - by + cy = x(a - b + c) + y(a - b + c) = (x + y)(a - b + c)$

Utilizzo del prodotto notevole

9) $9 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$

10) $36a^6 - 1 = (6a^3 + 1)(6a^3 - 1)$

11) $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$

12) $a^2 - 16b^4 = (a + 4b^2)(a - 4b^2)$

13) $81x^8 - y^2 = (9x^4 + y)(9x^4 - y)$

14) $2x^2 - 100y^2 = (\sqrt{2}x + 10y)(\sqrt{2}x - 10y)$

Utilizzo del quadrato di binomio

15) $64a^6 + 16a^3 + 1 = (8a^3 + 1)^2$

16) $9a^2 + 6a + 1 = (3a + 1)^2$

17) $25x^2 + y^2 - 10xy = (5x - y)^2$